

Reinterpretación geométrica de la dinámica de Collatz: Colas 2-ádicas como descensos verticales

Miguel Cerdá Bennassar

Enero de 2026; revisado en septiembre de 2026

Resumen

Se introduce una reinterpretación geométrica de la dinámica de Collatz basada en una representación tabular de la divisibilidad. En este marco, la iteración aparece como una sucesión de saltos entre filas, producidos por el paso impar, y de descensos verticales determinados por valuaciones 2-ádicas. Esta perspectiva permite separar conceptualmente la estructura estática del escenario —las relaciones de divisibilidad en $\mathbb{N}$ — de la acción dinámica que se desarrolla sobre él. Se muestra que cada cola 2-ádica es un descenso por la columna del impar al que conduce, que termina exactamente en la diagonal de la tabla, y que su longitud se lee en la fila de partida como la mayor potencia de 2 marcada en ella. El objetivo no es resolver la conjetura de Collatz, sino mostrar cómo una representación adecuada reorganiza la comprensión del proceso iterativo.

1. Introducción

La conjetura de Collatz es uno de los problemas abiertos más simples de formular y más difíciles de resolver en teoría de números. Dada la función

$$T(n) = \begin{cases} n/2, & \text{si } n \text{ es par,} \\ 3n + 1, & \text{si } n \text{ es impar,} \end{cases}$$

la conjetura afirma que toda órbita positiva alcanza eventualmente el valor 1. A pesar de su formulación elemental, el problema permanece abierto desde su aparición en los años 1930.

La mayoría de los enfoques al problema de Collatz analizan propiedades estadísticas, valuaciones 2-ádicas, representaciones en árboles inversos o sistemas dinámicos. En este trabajo adoptamos una perspectiva distinta: reinterpretamos la iteración como una dinámica inducida sobre un *escenario geométrico preexistente* que codifica la estructura de divisibilidad en $\mathbb{N}$.

Esta aproximación no proporciona una demostración de la conjetura, pero reorganiza conceptualmente el problema al separar:

- la *geometría del escenario*, fija y determinada por relaciones de divisibilidad;
- la *dinámica inducida*, que actúa sobre dicha geometría mediante saltos entre filas y descensos verticales.

Desde esta perspectiva, las colas 2-ádicas adquieren una interpretación visual directa como descensos verticales por columnas de la tabla, y el llamado colapso 2-ádico se manifiesta como un recorrido obligado por esa estructura columnar.

1.1. Estructura del documento

La Sección 2 introduce brevemente la representación tabular de la divisibilidad, proporcionando el marco sobre el cual se desarrolla la dinámica. La Sección 3 reinterpreta la función de Collatz como una sucesión de movimientos geométricos. La Sección 4 analiza las colas 2-ádicas como descensos verticales. La Sección 5 examina trayectorias completas desde esta perspectiva geométrica. La Sección 6 discute qué intuición aporta (y qué no aporta) esta interpretación sobre la convergencia. Finalmente, la Sección 7 evalúa alcance y limitaciones del enfoque.

2. El escenario geométrico de la divisibilidad

En el Escrito I de esta sección [1] se introdujo una representación tabular bidimensional de la divisibilidad que codifica simultáneamente divisores y múltiplos. Resumimos aquí brevemente esta construcción, que servirá de marco para la reinterpretación de la dinámica de Collatz.

2.1. Construcción básica

Consideramos una tabla bidimensional infinita en la que tanto las filas como las columnas están indexadas por los números naturales. En la celda situada en la intersección de la fila n y la columna k se marca un indicador visual si y solo si se cumple la relación

$$k \mid n.$$

De este modo, una misma construcción codifica:

- los divisores de un número n , visibles como las celdas marcadas en su fila;
- los múltiplos de un número k , visibles como las celdas marcadas en su columna $C(k)$.

La fila n tiene exactamente n celdas potenciales, las de las columnas $1, \dots, n$, de modo que la tabla es triangular y la posición horizontal de una celda es el valor del divisor correspondiente. La diagonal principal corresponde a las celdas (n, n) , que cierran cada fila y actúan como referencia de su valor; recíprocamente, cada columna $C(k)$ empieza en la celda diagonal (k, k) . Esta representación no introduce información adicional: cada celda marcada corresponde exactamente a una relación de divisibilidad verdadera.

En lo que sigue, “subir” y “descender” se refieren siempre al valor, es decir, al índice de fila: descender es pasar a una fila de índice menor. Si la tabla se dibuja con la fila 1 en la parte superior, un descenso en este sentido se ve como un movimiento hacia arriba en el dibujo.

2.2. Escenario estático frente a dinámica inducida

Un aspecto fundamental de esta construcción es que el escenario es completamente *estático*: codifica relaciones de divisibilidad pero no prescribe ningún proceso iterativo. Las columnas por las que, como veremos, descienden las colas 2-ádicas existen independientemente de cualquier dinámica particular; simplemente reflejan la estructura multiplicativa de $\mathbb{N}$.

Esta separación es conceptualmente crucial: cuando introduzcamos la dinámica de Collatz sobre este escenario, podremos distinguir claramente entre:

- propiedades que pertenecen a la geometría previa (las columnas y sus múltiplos marcados);
- propiedades que emergen de la acción iterativa (los recorridos específicos que sigue cada trayectoria).

3. Dinámica de Collatz como movimientos geométricos

3.1. Descomposición en dos tipos de movimientos

Como las filas de la tabla están indexadas por los valores, todo paso de la iteración traslada la dinámica de una fila a otra. Desde el punto de vista geométrico, la iteración de Collatz se descompone en dos tipos de movimientos claramente diferenciados:

- un *salto impar*, inducido por el paso impar $n \mapsto 3n + 1$, que lleva la dinámica a una fila no relacionada con n por divisibilidad;
- un *descenso 2-ádico*, vertical, inducido por las divisiones sucesivas por 2, que recorre una columna ya presente en la tabla.

Esta descomposición permite separar con claridad la estructura estática del escenario —las relaciones de divisibilidad— de la acción dinámica que se desarrolla sobre él.

3.2. El paso impar como salto

Cuando n es impar, la transformación $T(n) = 3n + 1$ produce un número par mayor que n . En el escenario geométrico, esto corresponde a un *salto* desde la fila n hasta la fila $3n + 1$.

Tanto la fila de origen como la de destino, con todas sus relaciones de divisibilidad, ya están en la tabla. Lo específico del salto es que el par origen-destino no está unido por la relación que define las columnas: como $3n + 1 \equiv 1 \pmod{n}$ para $n > 1$, la fila $3n + 1$ no es un múltiplo de n , y el salto no sigue ninguna columna. El destino lo fija exclusivamente la función iterada.

3.3. El paso par como descenso vertical

Tras un paso impar, el número $3n + 1$ es siempre par y admite una descomposición de la forma

$$3n + 1 = m \cdot 2^\ell, \quad \ell = \nu_2(3n + 1) \geq 1,$$

donde m es impar y ν_2 denota la valuación 2-ádica. El exponente ℓ determina el número de divisiones consecutivas por 2 necesarias para alcanzar el siguiente impar m .

Proposición 3.1 (La cola desciende por la columna de su destino). *Los términos de la cola*

$$3n + 1 = m \cdot 2^\ell \rightarrow m \cdot 2^{\ell-1} \rightarrow \dots \rightarrow 2m \rightarrow m$$

ocupan, en la columna $C(m)$, las celdas marcadas de las filas $m \cdot 2^\ell, m \cdot 2^{\ell-1}, \dots, m$. El descenso termina exactamente en la celda diagonal (m, m) , que es la primera celda de la columna $C(m)$.

Demostración. Cada fila $m \cdot 2^j$ es un múltiplo de m , luego la celda $(m \cdot 2^j, m)$ está marcada. La última fila del descenso es m , y la celda (m, m) es la de la diagonal, donde empieza la columna $C(m)$. $\square$

En el escenario geométrico, la división por 2 se manifiesta, pues, como un *descenso vertical* a lo largo de la columna $C(m)$ del impar al que conduce: cada división lleva de la fila $m \cdot 2^j$ a la fila $m \cdot 2^{j-1}$, recorriendo celdas marcadas de una columna que ya existía en el escenario antes de iniciar la iteración. El descenso consta exactamente de ℓ divisiones y recorre la columna hasta su extremo: aterriza en la diagonal, en el arranque de la columna $C(m)$, que marca el valor del nuevo impar.

Observación 3.2 (La longitud se lee en la fila de partida). La longitud ℓ de la cola también es visible en la fila de partida: en la fila $3n + 1$, las columnas marcadas que son potencias de 2 son exactamente $C(2), C(4), \dots, C(2^\ell)$. La mayor potencia de 2 marcada en la fila $3n + 1$ es, por tanto, 2^ℓ .

Proposición 3.3 (Descensos por columnas en general). *Sea $q \geq 2$ y sea $N = m \cdot q^\ell$ con $q \nmid m$. Si una dinámica elimina sucesivamente los factores q de N ,*

$$mq^\ell \rightarrow mq^{\ell-1} \rightarrow \dots \rightarrow mq \rightarrow m,$$

todos sus términos ocupan celdas marcadas de la columna $C(m)$, y el recorrido termina en la celda diagonal (m, m) .

Demostración. Cada término mq^j es un múltiplo de m ; el último es m y la celda (m, m) es diagonal. $\square$

La Proposición 3.1 es el caso $q = 2$, $N = 3n + 1$. La parte vertical de la representación no depende, pues, ni del factor 3 ni del primo 2: lo específico de la dinámica de Collatz es el salto que produce el punto de partida de la columna.

3.4. Interpretación del colapso 2-ádico

El denominado *colapso 2-ádico* de la dinámica de Collatz se refiere al hecho de que, tras cada paso impar, las divisiones sucesivas por 2 reducen la escala del número en un factor 2^ℓ . Desde la perspectiva geométrica introducida, este fenómeno adquiere una interpretación visual directa:

El colapso 2-ádico lo impone la regla de Collatz; el escenario lo hace visible como un recorrido vertical por la columna del impar de destino, ya presente en la tabla. La iteración no crea la geometría por la que desciende, sino que recorre estructuras previamente existentes.

Esta lectura refuerza la separación conceptual entre la geometría del escenario (fija) y la dinámica inducida (que actúa sobre ella mediante movimientos predeterminados).

4. Colas 2-ádicas como descensos verticales

4.1. Definición y caracterización algebraica

Para un número impar n , definimos la *cola 2-ádica* de n como la longitud del descenso vertical que sigue al paso impar:

$$\ell(n) = \nu_2(3n + 1).$$

Esta cantidad determina cuántas divisiones sucesivas por 2 son necesarias antes de alcanzar el siguiente impar, y depende solo del residuo de n módulo potencias de 2. Para todo $j \geq 1$, la condición $\ell(n) \geq j$ equivale a que n pertenezca a una única clase impar módulo 2^j , la que cumple $3n \equiv -1 \pmod{2^j}$. En particular,

$$\begin{aligned} \ell(n) = 1 &\iff n \equiv 3 \pmod{4}, \\ \ell(n) \geq 2 &\iff n \equiv 1 \pmod{4}, \\ \ell(n) \geq 3 &\iff n \equiv 5 \pmod{8}. \end{aligned}$$

Observación 4.1 (Relación con la Sección 31.1). En la serie de la Sección 31.1 el paso impar se escribe como $n \mapsto \frac{3n+1}{2}$, que ya incluye la primera división por 2; por eso la cola que allí se estudia, tras el par de cierre de un tramo, tiene longitud $\ell - 1$. Ambas descripciones cuentan las mismas divisiones.

4.2. Interpretación geométrica

En el escenario geométrico, la cola 2-ádica $\ell(n)$ se manifiesta como la *profundidad del descenso vertical* a lo largo de la columna $C(m)$ del siguiente impar m (Proposición 3.1):

$$\text{fila } 3n + 1 \xrightarrow[\ell(n) \text{ divisiones}]{\text{descenso por } C(m)} \text{fila } m = \frac{3n + 1}{2^{\ell(n)}}.$$

La cola 2-ádica no aparece así como una propiedad abstracta de valuaciones, sino como una *alineación vertical visible* en la tabla: las celdas marcadas de la columna $C(m)$ en las filas $m, 2m, 4m, \dots, 2^\ell m$.

4.3. Ejemplos elementales

Ejemplo 1: $n = 7$.

El paso impar produce $3 \cdot 7 + 1 = 22$. Como $22 = 11 \cdot 2$, se tiene $\nu_2(22) = 1$. La cola 2-ádica tiene longitud 1, correspondiente al descenso vertical $22 \rightarrow 11$ por la columna $C(11)$.

Ejemplo 2: $n = 5$.

El paso impar produce $3 \cdot 5 + 1 = 16 = 2^4$. Se tiene $\nu_2(16) = 4$, por lo que la cola 2-ádica tiene longitud 4:

$$16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1.$$

Geométricamente, esto corresponde a un descenso vertical de profundidad 4 por la columna $C(1)$, que termina en la celda diagonal $(1, 1)$.

Ejemplo 3: $n = 27$.

El paso impar produce $3 \cdot 27 + 1 = 82 = 41 \cdot 2$. La cola 2-ádica tiene longitud 1: $82 \rightarrow 41$, por la columna $C(41)$.

4.4. Distribución de colas

La distribución de longitudes de colas 2-ádicas sobre los impares es exacta: para $k \geq 1$,

$$\#\{n \text{ impar}, n \leq N : \nu_2(3n + 1) = k\} \sim \frac{N}{2^{k+1}},$$

de modo que, entre los impares, la proporción con $\ell(n) = k$ es 2^{-k} y la longitud media de la cola es 2.

Geométricamente, esto significa que todo impar genera un descenso de profundidad al menos 1 (porque $3n + 1$ es siempre par), la mitad de los impares genera descensos de profundidad ≥ 2 , un cuarto genera descensos de profundidad ≥ 3 , y así sucesivamente. Las colas largas son exponencialmente raras, pero no inexistentes.

5. Análisis de trayectorias completas

5.1. Trayectoria de $n = 11$

Consideremos la órbita de Collatz iniciada en $n = 11$:

$$11 \mapsto 34 \mapsto 17 \mapsto 52 \mapsto 26 \mapsto 13 \mapsto 40 \mapsto 20 \mapsto 10 \mapsto 5 \mapsto 16 \mapsto 8 \mapsto 4 \mapsto 2 \mapsto 1.$$

5.1.1. Lectura geométrica paso a paso

En el escenario geométrico, esta trayectoria se interpreta como una sucesión alternada de movimientos:

1. $11 \mapsto 34$ (salto): paso impar.
2. $34 \rightarrow 17$ (descenso $\ell = 1$ por $C(17)$): $\nu_2(34) = 1$.
3. $17 \mapsto 52$ (salto): paso impar.
4. $52 \rightarrow 26 \rightarrow 13$ (descenso $\ell = 2$ por $C(13)$): $\nu_2(52) = 2$.
5. $13 \mapsto 40$ (salto): paso impar.
6. $40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5$ (descenso $\ell = 3$ por $C(5)$): $\nu_2(40) = 3$.
7. $5 \mapsto 16$ (salto): paso impar.
8. $16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (descenso $\ell = 4$ por $C(1)$): $\nu_2(16) = 4$.

La Figura 1 muestra el recorrido completo sobre la tabla.

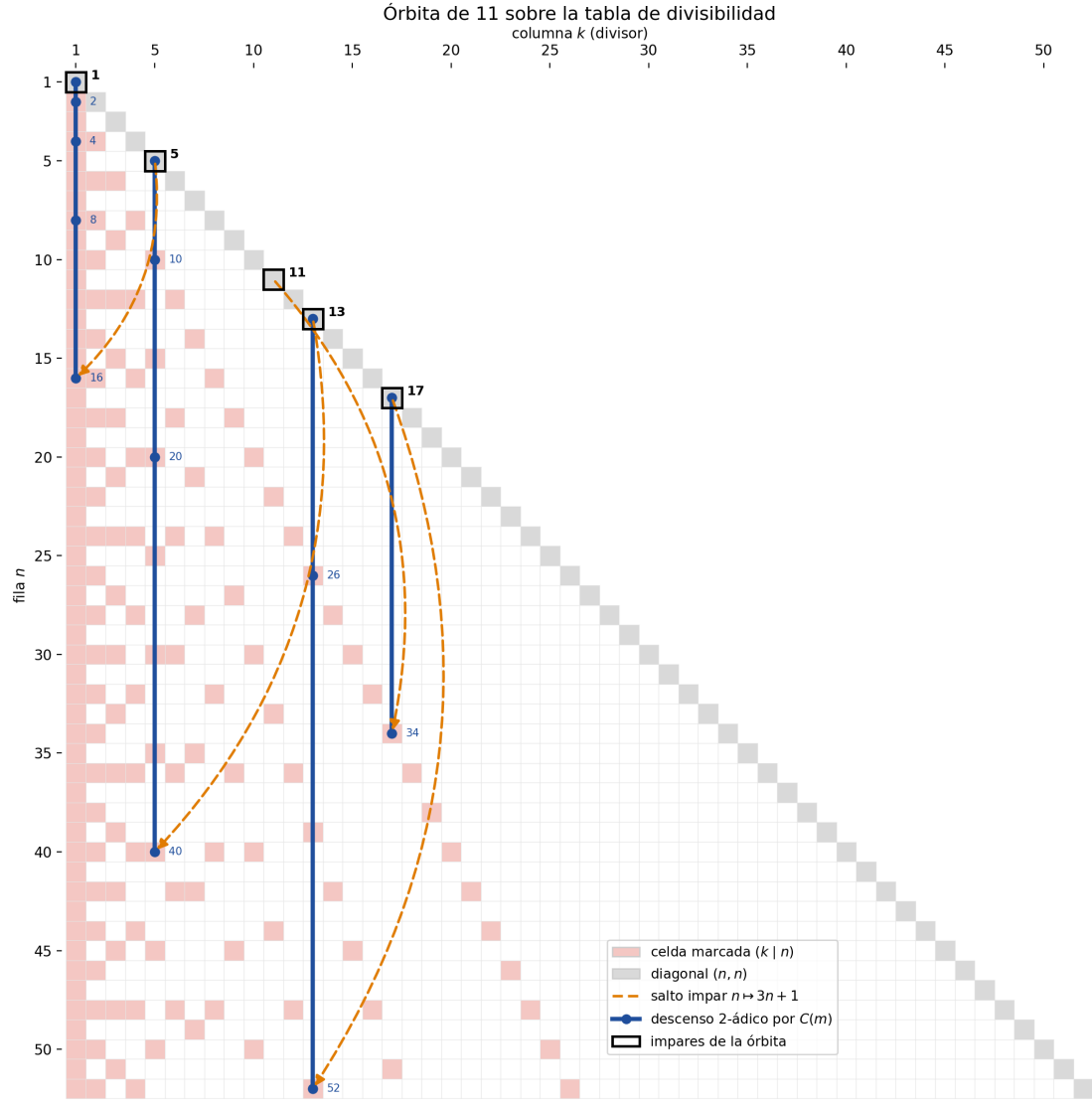


Figura 1: Órbita de 11 sobre la tabla de divisibilidad, con la fila 1 arriba. Las flechas discontinuas son los saltos impares, que parten de la celda diagonal del impar n y llegan a la fila $3n + 1$, en la columna del impar siguiente. Los trazos continuos son los descensos 2-ádicos, por las columnas $C(17)$, $C(13)$, $C(5)$ y $C(1)$, que terminan en la diagonal. Con esta orientación, los descensos en valor se ven como movimientos hacia arriba.

5.1.2. Estructura del recorrido

Observemos que:

- Los saltos parten de las filas impares 11, 17, 13, 5.
- En esta trayectoria concreta, las longitudes de los descensos son crecientes: 1, 2, 3, 4. No es un patrón general.
- Cada descenso se realiza por la columna del impar al que conduce — $C(17)$, $C(13)$, $C(5)$ y $C(1)$ — y termina en la diagonal. Esas columnas existían previamente en el escenario.
- La trayectoria no crea nuevas direcciones: todos los movimientos están determinados por la estructura estática y la regla iterativa.

5.2. Trayectoria de $n = 27$

Consideremos ahora la órbita de 27:

$$27 \mapsto 82 \mapsto 41 \mapsto 124 \mapsto 62 \mapsto 31 \mapsto 94 \mapsto 47 \mapsto \dots$$

Los primeros pasos se descomponen como:

1. $27 \mapsto 82$ (salto).
2. $82 \rightarrow 41$ (descenso $\ell = 1$ por $C(41)$).
3. $41 \mapsto 124$ (salto).
4. $124 \rightarrow 62 \rightarrow 31$ (descenso $\ell = 2$ por $C(31)$).
5. $31 \mapsto 94$ (salto).
6. $94 \rightarrow 47$ (descenso $\ell = 1$ por $C(47)$).

La trayectoria continúa alternando saltos y descensos según el patrón estructural impuesto por la paridad y las valuaciones 2-ádicas.

5.3. Patrones generales observables

Desde esta perspectiva geométrica, toda trayectoria presenta los siguientes rasgos:

- **Alternancia estricta:** toda trayectoria alterna entre saltos y descensos completos. No hay dos saltos consecutivos, y cada descenso se recorre entero hasta el siguiente impar.
- **Descensos obligados:** tras cada salto $n \mapsto 3n + 1$, la dinámica *debe* descender verticalmente. No hay elección: la paridad y la estructura 2-ádica determinan completamente el movimiento.
- **Longitud variable de las colas:** las longitudes de los descensos sucesivos varían de un paso a otro de forma difícil de prever, pero cada una está determinada por $\nu_2(3n + 1)$, es decir, por el residuo de n módulo potencias de 2.
- **Sin grados de libertad:** la trayectoria no dispone de opciones en ningún punto. Cada posición determina unívocamente el siguiente movimiento.

5.4. Observaciones sobre crecimiento y contracción

Desde el punto de vista geométrico, cada ciclo (salto y descenso) puede interpretarse como:

- **Expansión:** el salto $n \mapsto 3n + 1$ traslada la dinámica a una fila aproximadamente triple.
- **Contracción:** el descenso divide por 2^ℓ .

El balance de un ciclo es, aproximadamente, el factor $3/2^\ell$: un ciclo con $\ell = 1$ hace crecer el valor en un factor cercano a $3/2$, y uno con $\ell \geq 2$ lo reduce. A lo largo de muchos ciclos, la trayectoria desciende si la media de las longitudes ℓ supera $\log_2 3 \approx 1,585$.

Como la longitud media de la cola sobre todos los impares es 2, mayor que $\log_2 3$, esta intuición heurística explica por qué las trayectorias *parecen* tender a converger. No constituye una demostración: la media 2 es un promedio sobre todos los impares, y nada garantiza que los impares que visita una trayectoria concreta se repartan de esa manera.

6. Intuición geométrica sobre convergencia

6.1. Qué no aporta esta perspectiva

Es fundamental ser explícito sobre las limitaciones del enfoque geométrico:

- **No demuestra convergencia:** la interpretación como movimientos geométricos no proporciona ninguna demostración de que todas las trayectorias alcancen 1.
- **No predice trayectorias:** el escenario no permite anticipar cuántos pasos requerirá una órbita ni qué máximo alcanzará.
- **No resuelve la conjetura:** todos los problemas abiertos sobre la dinámica de Collatz permanecen abiertos después de esta reinterpretación.

6.2. Qué sí aporta esta perspectiva

A pesar de estas limitaciones, la interpretación geométrica proporciona ciertas intuiciones estructurales.

6.2.1. Restricciones geométricas visibles

La dinámica no explora un espacio amorfo, sino que se desarrolla sobre un escenario rígidamente estructurado. Los descensos verticales no son arbitrarios: recorren la columna del impar de destino y terminan en la diagonal. La tabla no impone estas restricciones —las impone la regla de Collatz—, pero las hace visibles.

6.2.2. Expansión y contracción acopladas

Cada paso impar desplaza la trayectoria hacia filas de mayor índice, y ese desplazamiento va acompañado *necesariamente* de un descenso vertical, de profundidad al menos 1, cuya longitud está fijada por la estructura 2-ádica. El acoplamiento es obligado; el balance, en cambio, no: un descenso de profundidad 1 no compensa el salto, y el valor crece.

6.2.3. El escape sostenido

Geoméricamente, una trayectoria que escapara indefinidamente hacia arriba requeriría una sucesión de saltos cuyos descensos fueran, en media, demasiado cortos: longitud media no superior a $\log_2 3$. Sobre el conjunto de todos los impares, la mitad genera descensos de profundidad ≥ 2 , un cuarto de profundidad ≥ 3 , y así sucesivamente, con media 2.

Pero a lo largo de una trayectoria concreta pueden encadenarse muchos descensos de longitud 1: la órbita de $2^k - 1$ empieza con $k - 1$ descensos consecutivos de longitud 1, durante los cuales el valor crece en un factor cercano a $(3/2)^{k-1}$. Esas cadenas son los *tramos* estudiados en la Sección 31.1. La cuestión de si una trayectoria puede sostener indefinidamente descensos demasiado cortos se formula con precisión en el Escrito V de esa sección como la hipótesis de deriva orbital,

$$(H_{\text{dr}}) : \quad \liminf_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{i < L} \ell_i > \log_2 3,$$

donde ℓ_i son las longitudes de los descensos sucesivos de la órbita; el Teorema 5.2 de ese escrito demuestra que (H_{dr}) equivale a que la órbita sea acotada. La distribución global de las longitudes hace heurísticamente plausible una deriva descendente, pero no proporciona por sí sola información suficiente para excluir una órbita excepcional.

6.3. Una metáfora geométrica

Podemos visualizar la dinámica de Collatz como un recorrido sobre un paisaje vertical predefinido:

- Los saltos son intentos de subir (impulsados por $\times 3 + 1$).
- Los descensos verticales son caídas forzadas por la gravedad de la estructura 2-ádica, siempre por la columna del impar de destino.
- El paisaje (las columnas de la tabla) no cambia: está fijo desde el principio.

Desde esta metáfora, la convergencia aparece como la imposibilidad de mantener una escalada indefinida cuando cada intento de subir va seguido de una caída estructuralmente determinada. Conviene no leerla de forma causal: la tabla no obliga a dividir por 2; lo hace la regla de Collatz, y la tabla representa geoméricamente el hecho de que $m \mid m \cdot 2^j$. La geometría hace visible la estructura de la cola; no genera la dinámica.

6.4. Limitación fundamental

Sin embargo, esta intuición tiene una limitación crucial: no proporciona una manera de *demostrar* que todas las trayectorias convergen. Los argumentos estadísticos sobre la distribución de colas 2-ádicas describen el conjunto de todos los impares, no una trayectoria concreta, y no capturan posibles comportamientos excepcionales.

La interpretación geométrica reorganiza la comprensión del problema, pero no lo resuelve.

7. Alcance, limitaciones y perspectivas

7.1. Alcance de la reinterpretación geométrica

El principal valor del enfoque presentado reside en la *reorganización conceptual* que proporciona:

1. **Separación escenario-dinámica:** distingue claramente entre la estructura estática (divisibilidad en $\mathbb{N}$) y la acción iterativa (función de Collatz).
2. **Visualización de colas 2-ádicas:** cada cola es un descenso por la columna del impar de destino que termina en la diagonal, y su longitud se lee en la fila de partida como la mayor potencia de 2 marcada.
3. **Interpretación del colapso 2-ádico:** el fenómeno, impuesto por la regla de Collatz, se lee como un recorrido sobre columnas preexistentes.
4. **Intuición estructural sobre convergencia:** aunque no demuestra nada, ofrece una lectura geométrica de por qué una deriva descendente es heurísticamente plausible, y señala con precisión qué haría falta excluir.

7.2. Limitaciones fundamentales

Es crucial reconocer lo que este enfoque **no** logra:

- **No resuelve la conjetura:** todos los problemas abiertos sobre Collatz permanecen abiertos.
- **No proporciona nuevas cotas:** no mejora estimaciones conocidas sobre tiempos de parada o máximos de trayectorias.

- **Generalidad parcial:** la lectura vertical de las colas es general (Proposición 3.3) y se aplica a cualquier dinámica que elimine sucesivamente los factores de un primo; lo que no generaliza sin más es el análisis del balance entre saltos y descensos, que depende de cada regla.
- **Complejidad visual:** para números grandes, la representación tabular se vuelve densa y difícil de visualizar literalmente.

7.3. Comparación con otros enfoques

Existen múltiples perspectivas complementarias sobre la dinámica de Collatz [2]:

- **Árboles inversos:** representan la preimagen iterada de 1, revelando su estructura ramificada.
- **Sistemas dinámicos:** estudian la función mediante técnicas ergódicas y teoría de operadores.
- **Métodos 2-ádicos:** extienden la dinámica a los enteros 2-ádicos $\mathbb{Z}_2$, donde admite un tratamiento medible exacto.
- **Enfoques probabilísticos:** modelan el comportamiento esperado bajo hipótesis de aleatoriedad; entre sus resultados rigurosos está el teorema de Terras [3], según el cual casi todo entero desciende por debajo de su valor inicial.

El enfoque geométrico presentado aquí no sustituye ni contradice estos métodos, sino que ofrece una perspectiva adicional centrada en la visualización de la estructura multiplicativa subyacente.

7.4. Posibles extensiones

Aunque este trabajo se centra en la interpretación geométrica básica, varias direcciones podrían explorarse:

1. **Generalizaciones:** aplicar el mismo marco a funciones $kn + 1$ con otros valores de k .
2. **Análisis estadístico:** estudiar distribuciones de longitudes de colas y alturas máximas desde la perspectiva geométrica.
3. **Conexiones con otros marcos:** relacionar la representación tabular con árboles inversos y grafos funcionales.
4. **Visualizaciones computacionales:** desarrollar herramientas interactivas para explorar trayectorias sobre el escenario geométrico.

7.5. Conclusión

La reinterpretación geométrica de la dinámica de Collatz presentada en este trabajo no resuelve la conjetura, pero proporciona un marco visual donde conceptos abstractos como las colas 2-ádicas y el colapso multiplicativo adquieren significados geométricos directos: cada cola es un descenso por la columna del impar al que conduce, que termina en la diagonal.

Al separar explícitamente la estructura estática del escenario (divisibilidad) de la dinámica inducida (iteración de Collatz), permite comprender mejor por qué ciertos comportamientos —como los descensos verticales forzados— son inevitables una vez fijada la geometría subyacente.

Más que ofrecer nuevos resultados técnicos, esta aproximación propone una manera alternativa de mirar el problema, subrayando el papel que una representación adecuada puede desempeñar en la comprensión de dinámicas complejas.

Referencias

- [1] M. Cerdá Bennassar, *Un marco geométrico para la divisibilidad: potencias primas, números perfectos y caracterización de primalidad*, Capítulo 30, Sección 30.1, Escrito I, enero de 2026; revisado en septiembre de 2026.
- [2] J. C. Lagarias (editor), *The Ultimate Challenge: The $3x+1$ Problem*, American Mathematical Society, 2010.
- [3] R. Terras, *A stopping time problem on the positive integers*, Acta Arithmetica 30 (1976), 241–252.