

Coordenadas (m, K) y el mapa de tramo: la arquitectura global

Miguel Cerdá Bennassar

Junio de 2026; revisado en septiembre de 2026

Resumen

La Sección 31.1 describe la estructura de un tramo aislado: su altura, su forma cerrada y el balance de un tramo completo, para un impar $n_0 = m \cdot 2^K - 1$. Esta sección da el paso complementario: muestra que la familia $\{m \cdot 2^K - 1\}$ no es un caso particular, sino un sistema de coordenadas global sobre los impares, y que la dinámica de Collatz, expresada en esas coordenadas, se reduce a la iteración de una única aplicación $\Phi : (m, K) \mapsto (m', K')$ que colapsa cada tramo maximal en un solo paso. Se establecen la biyección, la ley de subida interna, la forma exacta del mapa de tramo y su punto fijo $(1, 1)$, y la lectura 2-ádica del tramo como sombra del punto fijo $-1 \in \mathbb{Z}_2$. Se demuestra, finalmente, que Φ preserva la medida de Haar sobre los impares 2-ádicos y que, bajo esa medida, los pares (K_t, s_t) sucesivos son i.i.d. con ley $2^{-(K+s)}$; en particular, la densidad de los impares con nivel de salida $K' = j$ es exactamente 2^{-j} . Queda abierto el comportamiento de esos pares a lo largo de la órbita de un entero concreto.

1. Posición en el capítulo

El Capítulo 31 promete una arquitectura interna de la dinámica. La Sección 31.1 la describe dentro de un tramo: fija su altura, su forma cerrada y el balance de un tramo completo, sin salir del tramo. Esta sección sale: trata la sucesión de tramos como un sistema dinámico por derecho propio y muestra que la familia estudiada agota la arquitectura, no una parte de ella.

2. Las coordenadas (m, K)

Definición 2.1 (Coordenadas de tramo). Para cada impar $n \in \mathbb{N}_{\text{impar}}$ se definen

$$K(n) = \nu_2(n+1) \geq 1, \quad m(n) = \frac{n+1}{2^{K(n)}} \text{ (impar),}$$

de modo que $n = m \cdot 2^K - 1$.

Proposición 2.2 (Biyección). *La aplicación $n \mapsto (m(n), K(n))$ es una biyección entre $\mathbb{N}_{\text{impar}}$ y el conjunto $\{(m, K) : m \text{ impar}, K \geq 1\}$, con inversa $(m, K) \mapsto m \cdot 2^K - 1$.*

Demostración. Como n es impar, $n+1$ es par y $\nu_2(n+1) \geq 1$; el cociente $m = (n+1)/2^K$ es impar por definición de ν_2 . La inversa es inmediata. $\square$

Observación 2.3. El índice $K = \nu_2(n+1)$ es la altura del tramo que empieza en n y la fila del nodo de n en la malla triangular de la Sección 31.1.

Proposición 2.4 (Estratificación por niveles). *Los impares se particionan según su nivel:*

$$\mathbb{N}_{\text{impar}} = \bigsqcup_{K \geq 1} \text{Niv}_K, \quad \text{Niv}_K = \{m \cdot 2^K - 1 : m \text{ impar}\} = \{n \in \mathbb{N}_{\text{impar}} : \nu_2(n+1) = K\}.$$

Cada Niv_K es la progresión aritmética $n \equiv 2^K - 1 \pmod{2^{K+1}}$, de razón 2^{K+1} .

Demostración. Inmediata desde la Proposición 2.2: el nivel $K = \nu_2(n+1)$ es único para cada n , y $\nu_2(n+1) = K$ equivale a $n+1 \equiv 2^K \pmod{2^{K+1}}$. $\square$

Observación 2.5 (La partición canónica es por niveles, no por tramos). Conviene subrayar que los *tramos* de subida **no** particionan $\mathbb{N}_{\text{impar}}$: el tramo que arranca en (m, K) contiene como segundo elemento a $(3m, K-1)$, y el tramo de éste es precisamente su sufijo. Los tramos se *anidan* —cada uno es sufijo del anterior—, de modo que su unión solapa masivamente. La única partición canónica de $\mathbb{N}_{\text{impar}}$ asociada a estas coordenadas es la estratificación por niveles de la Proposición 2.4. Los tramos son objetos *dinámicos* (trayectorias), no *conjuntistas* (bloques de una partición).

3. La ley de subida dentro de un tramo

El contenido de 31.1 se reenuncia aquí como un único lema, que es el bloque sobre el que se construye el mapa de tramo.

Lema 3.1 (Régimen rígido). *Sea $n_0 = m \cdot 2^K - 1$ con $K \geq 1$, y sea $f(x) = (3x+1)/2^{\nu_2(3x+1)}$ el mapa de Syracuse sobre los impares. Para $i = 0, 1, \dots, K-1$ se cumple*

$$n_i = (m \cdot 3^i) 2^{K-i} - 1,$$

y para $i = 0, \dots, K-2$ se tiene $\nu_2(3n_i+1) = 1$, esto es $n_{i+1} = (3n_i+1)/2$. En particular la subida consta de exactamente $K-1$ pasos de razón $n_{i+1}/n_i \rightarrow 3/2$.

Demostración. $3n_i + 1 = m \cdot 3^{i+1} 2^{K-i} - 2 = 2(m \cdot 3^{i+1} 2^{K-i-1} - 1)$. Para $i \leq K-2$ el factor entre paréntesis es impar, luego $\nu_2 = 1$ y $n_{i+1} = (3n_i+1)/2 = m \cdot 3^{i+1} 2^{K-i-1} - 1$, que es la fórmula con índice $i+1$. $\square$

4. El reseteo y el mapa de tramo

Proposición 4.1 (Salida del tramo). *Con la notación del Lema 3.1, en el paso $i = K-1$*

$$\nu_2(3n_{K-1}+1) = 1 + \nu_2(m \cdot 3^K - 1) \geq 2,$$

y la imagen de Syracuse del tramo completo es

$$R = \text{odd}(m \cdot 3^K - 1) = \frac{m \cdot 3^K - 1}{2^s}, \quad s := \nu_2(m \cdot 3^K - 1) \geq 1.$$

El número R es impar; sea (m', K') su par de coordenadas.

Demostración. Para $i = K-1$ el factor $m \cdot 3^K 2^0 - 1 = m \cdot 3^K - 1$ es par, de donde $\nu_2(3n_{K-1}+1) = 1 + s$ con $s \geq 1$, y $R = (3n_{K-1}+1)/2^{1+s} = (m \cdot 3^K - 1)/2^s$. $\square$

Definición 4.2 (Mapa de tramo). Se define $\Phi : \{(m, K)\} \rightarrow \{(m', K')\}$ por

$$\Phi(m, K) = (m', K'), \quad R = \frac{m \cdot 3^K - 1}{2^s}, \quad K' = \nu_2(R+1), \quad m' = \frac{R+1}{2^{K'}},$$

con $s = \nu_2(m \cdot 3^K - 1)$.

Ejemplo 4.3 (Dos ejemplos). $\Phi(1, 9)$: $R = \text{odd}(3^9 - 1) = \text{odd}(19682) = 9841$, y $9841 + 1 = 2 \cdot 4921$, luego $\Phi(1, 9) = (4921, 1)$, es decir $511 \mapsto 9841$.
 $\Phi(13, 3)$: $R = \text{odd}(13 \cdot 27 - 1) = \text{odd}(350) = 175$, y $175 + 1 = 2^4 \cdot 11$, luego $\Phi(13, 3) = (11, 4)$, es decir $103 \mapsto 175$. Ambos muestran reseteos de muy distinta profundidad: $\nu_2(R + 1) = 1$ y $\nu_2(R + 1) = 4$.

Teorema 4.4 (Reducción global). *Φ es la dinámica inducida por el mapa de Syracuse sobre el espacio de coordenadas (m, K) : cada iteración de Φ comprime un tramo maximal —las $K - 1$ subidas de razón $3/2$ y el reseteo— en un único paso. El par $(1, 1)$, correspondiente al número 1, es un punto fijo de Φ . En consecuencia, la conjetura de Collatz equivale a la afirmación:*

para todo (m, K) , la órbita de Φ alcanza $(1, 1)$.

Demostración. Por el Lema 3.1 y la Proposición 4.1, partiendo de $n_0 = m \cdot 2^K - 1$ las primeras $K - 1$ iteraciones de f tienen $\nu_2 = 1$ y la K -ésima produce R ; luego $R = f^K(n_0)$ es el primer impar de la órbita tras un tramo maximal de subida, y una iteración de Φ equivale exactamente a esas K iteraciones de f .

Cada tramo es finito. Su longitud es $K - 1$ con $K = \nu_2(n + 1) < \infty$ para todo entero impar positivo; el único punto con $K = \infty$ sería $-1 \in \mathbb{Z}_2$ (Proposición 5.1), que no es un entero positivo. Por tanto toda órbita impar se descompone de forma única en una sucesión de tramos finitos —cada uno un bloque maximal de pasos $\nu_2 = 1$ seguido de su reseteo— y, vía la biyección $n \mapsto (m, K)$ (Proposición 2.2), en una sucesión de pasos de Φ .

Equivalencia en ambos sentidos. Si la órbita de Syracuse de n alcanza 1 en un número finito de pasos, éstos se agrupan en un número finito de tramos y la órbita de Φ alcanza $(1, 1)$, las coordenadas de 1 ($1 = 1 \cdot 2^1 - 1$). Recíprocamente, cada paso de Φ son finitas iteraciones de f , de modo que alcanzar $(1, 1)$ implica alcanzar 1. Por último, que $(1, 1)$ es punto fijo es inmediato: $\Phi(1, 1)$ da $R = \text{odd}(3 - 1) = 1$ y $(m', K') = (1, 1)$. $\square$

Observación 4.5 (Los puntos fijos de Φ son los 1-circuitos de Collatz). Un punto fijo $\Phi(m, K) = (m, K)$ cumple $R = m \cdot 2^K - 1$, esto es $(m \cdot 2^K - 1)2^s = m \cdot 3^K - 1$ con $s = \nu_2(m \cdot 3^K - 1)$, lo que equivale a

$$m = \frac{2^s - 1}{2^{K+s} - 3^K}.$$

Con la identificación $(a, b) = (s, K)$, esta ecuación coincide con la forma diofántica que aparece en el teorema de Steiner sobre los 1-circuitos de Collatz. La correspondencia es directa: una iteración de Φ recorre exactamente un tramo, de modo que un punto fijo cierra el ciclo tras una única subida maximal seguida de un único descenso, esto es, un ciclo con un solo circuito. Que la única solución en enteros positivos de la ecuación sea $(m, K) = (1, 1)$ —y por tanto que $(1, 1)$ sea el *único* punto fijo de Φ — es el Teorema del 1-ciclo de Steiner [1], cuya prueba emplea la fracción continua de $\log_2 3$, teoría de números trascendentes y cómputo numérico: **no es elemental**. Lo registramos como resultado externo, no como consecuencia de este marco. Localizar así los 1-circuitos como puntos fijos de Φ es una de las virtudes del cambio de coordenadas: señala con precisión dónde reside la dificultad.

5. Lectura 2-ádica: el tramo como sombra de -1

Las leyes de los apartados anteriores —la subida rígida de razón $3/2$ y su agotamiento en el reseteo— admiten una lectura unificada en el anillo de los enteros 2-ádicos $\mathbb{Z}_2$, donde adquieren un significado geométrico transparente. El mapa de Syracuse

$f(x) = (3x + 1)/2^{\nu_2(3x+1)}$ se extiende a las unidades de $\mathbb{Z}_2$ (los enteros 2-ádicos impares), y en ese marco posee un punto fijo distinguido.

Proposición 5.1 (Punto fijo 2-ádico). *El elemento $-1 \in \mathbb{Z}_2$ —cuya expansión binaria es $\dots 1111$, con todos sus bits iguales a 1— es punto fijo del mapa de Syracuse:*

$$f(-1) = \frac{3(-1) + 1}{2^{\nu_2(3(-1)+1)}} = \frac{-2}{2} = -1, \quad \nu_2(3(-1) + 1) = 1.$$

Además, para todo $K \geq 1$ se cumple $m \cdot 2^K - 1 \equiv -1 \pmod{2^K}$; en consecuencia, fijado m impar, la sucesión $m \cdot 2^K - 1$ converge 2-ádicamente a -1 cuando $K \rightarrow \infty$.

Demostración. El cálculo de $f(-1)$ es directo. Para la convergencia,

$$(m \cdot 2^K - 1) - (-1) = m \cdot 2^K,$$

y como m es una unidad 2-ádica, $|m \cdot 2^K|_2 = 2^{-K} \rightarrow 0$ cuando $K \rightarrow \infty$. $\square$

Así, el número $n_0 = m \cdot 2^K - 1$ no es sino la *aproximación a -1 con precisión K* : coincide con -1 en sus K bits más bajos y difiere a partir del bit K -ésimo, donde aparece el factor impar m . El parámetro $K = \nu_2(n+1)$ mide, literalmente, cuántos bits de acuerdo con -1 tiene el impar n .

Esta lectura explica de un solo golpe la estructura del tramo. La órbita del punto fijo -1 es constante: en cada paso $\nu_2 = 1$ y permanece en -1 . La órbita de n_0 , por la Proposición 5.1, arranca tan cerca de -1 como permita su precisión K y, por el Lema 3.1, reproduce ese mismo régimen $\nu_2 = 1$ —el del punto fijo— durante exactamente $K - 1$ pasos. Cada subida consume un bit de acuerdo con -1 ; cuando la precisión se agota se produce el reseteo, donde $\nu_2 \geq 2$ y la órbita se separa definitivamente de la vecindad de -1 .

Observación 5.2 (Por qué todo impar siembra un tramo). El tramo es, pues, la trayectoria que *sombrea* al punto fijo 2-ádico -1 con precisión K , y su longitud $K - 1$ es exactamente esa precisión menos uno. La familia $\{m \cdot 2^K - 1\}$ no es, por tanto, una colección de ejemplos privilegiados: es la estructura local universal en torno a -1 . Todo impar n coincide con -1 hasta una profundidad finita $K = \nu_2(n + 1) \geq 1$ y, en consecuencia, inicia un tramo de esa longitud. Aquí reside la razón última de que estas series sean el germen de todos los tramos estructurales de las órbitas de Collatz.

Observación 5.3 (Las dos valuaciones: subida y bajada). La coordenada $K = \nu_2(n + 1)$ es la valuación *ascendente*: mide el acuerdo con -1 y, con él, la longitud del régimen rígido. El tramo tiene también una valuación *descendente*, la del paso de cierre $\nu_2(3n_{K-1} + 1) = 1 + s$ con $s = \nu_2(m \cdot 3^K - 1)$, que no mide la subida sino la profundidad del reseteo —el tamaño de la caída—. Ambas describen el mismo tramo desde sus dos extremos. Mientras que K gobierna la expansión $(3/2)^{K-1}$, es s quien fija la contracción; el balance entre ambas, que decide si el tramo decrece, se estudia en la Sección 31.4.

6. El nivel de salida: determinismo y ley exacta

Hasta aquí todo es exacto. Dentro de un tramo no hay margen para el azar: las coordenadas (m, K) fijan su longitud $K - 1$, la razón de subida $3/2$ y la magnitud del reseteo $s = \nu_2(m \cdot 3^K - 1)$. La dinámica interesante —y la difícil— no está dentro de un tramo, sino en la sucesión de pares $(K_t, s_t)_{t \geq 0}$ que genera la iteración de Φ : cada paso aterriza en un nuevo nivel K' que determina la longitud del tramo siguiente.

Observación 6.1 (Lo que es determinista). A escala de un tramo todo es determinista y explícito; es aquí donde reside la “memoria estructural” del capítulo. La aparente aleatoriedad, si la hay, no puede estar en el tramo, sino únicamente en el modo en que se encadenan los tramos sucesivos.

El determinismo del tramo tiene, sin embargo, una consecuencia exacta sobre la distribución de K' y de s . Sea μ la medida de Haar sobre los impares 2 -ádicos $1 + 2\mathbb{Z}_2$, normalizada con $\mu(1 + 2\mathbb{Z}_2) = 1$, y sea

$$E_{K,s} = \{x \in 1 + 2\mathbb{Z}_2 : K(x) = K, s(x) = s\}, \quad K, s \geq 1,$$

donde $s(x) = \nu_2(m(x)3^{K(x)} - 1)$ es la profundidad del reseteo (Proposición 4.1).

Teorema 6.2 (Φ preserva la medida de Haar). *Para cada $K, s \geq 1$, la restricción de Φ a $E_{K,s}$ es una biyección afín de $E_{K,s}$ sobre $1 + 2\mathbb{Z}_2$ que multiplica la medida por 2^{K+s} . En consecuencia:*

1. $\mu(E_{K,s}) = 2^{-(K+s)}$: bajo μ , K y s son independientes y geométricas de parámetro $\frac{1}{2}$;
2. Φ preserva μ ;
3. bajo μ , la sucesión $(K_t, s_t)_{t \geq 0}$ de alturas y profundidades a lo largo de la órbita de Φ es independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.), con

$$\mu(K_t = a, s_t = b) = 2^{-(a+b)}.$$

Demostración. En $E_{K,s}$ se tiene $x + 1 = 2^K m$ y

$$\Phi(x) = \frac{m \cdot 3^K - 1}{2^s} = \frac{3^K}{2^{K+s}} (x + 1) - \frac{1}{2^s},$$

una aplicación afín cuyo coeficiente tiene valor absoluto 2 -ádico 2^{K+s} ; por tanto es inyectiva y multiplica la medida de Haar por 2^{K+s} . Es sobreyectiva: dado $y \in 1 + 2\mathbb{Z}_2$, el elemento $m = (2^s y + 1)/3^K$ es una unidad impar, porque 3 es invertible en $\mathbb{Z}_2$; cumple $\nu_2(m \cdot 3^K - 1) = \nu_2(2^s y) = s$, y $x = 2^K m - 1$ tiene $K(x) = K$. Luego $x \in E_{K,s}$ y $\Phi(x) = y$. De ahí $\mu(E_{K,s}) = 2^{-(K+s)}$, que es (1). Los puntos con $K = \infty$ (solo $x = -1$) o con $s = \infty$ (los $x = 2^K 3^{-K} - 1$) forman un conjunto numerable, de medida nula. Para (2),

$$\mu(\Phi^{-1}(A)) = \sum_{K,s \geq 1} \mu(\Phi^{-1}(A) \cap E_{K,s}) = \sum_{K,s \geq 1} 2^{-(K+s)} \mu(A) = \mu(A).$$

Para (3), sea $C(w_0, \dots, w_T)$ el conjunto de puntos cuyo itinerario de pares (K_t, s_t) empieza por $w_0, \dots, w_T$. Se tiene

$$C(w_0, \dots, w_T) = E_{w_0} \cap \Phi^{-1}(C(w_1, \dots, w_T)),$$

y como Φ es una biyección afín de E_{w_0} sobre todo $1 + 2\mathbb{Z}_2$, con $w_0 = (a_0, b_0)$,

$$\mu(C(w_0, \dots, w_T)) = 2^{-(a_0+b_0)} \mu(C(w_1, \dots, w_T)).$$

Por inducción, la medida de cada cilindro es el producto de los factores $2^{-(a_t+b_t)}$. $\square$

Corolario 6.3 (Densidades naturales exactas). *Para todos $a, b, c \geq 1$, la densidad natural, entre los impares positivos, del conjunto $\{n : K(n) = a, s(n) = b, K'(n) = c\}$ es $2^{-(a+b+c)}$. En particular,*

$$\text{dens}\{n : K'(n) = j\} = 2^{-j} \quad (j \geq 1),$$

y K' es independiente de (K, s) .

Demostración. Por el Teorema 6.2, el conjunto $E_{a,b}$ es una única clase residual módulo 2^{a+b+1} , y el conjunto $E_{a,b} \cap \Phi^{-1}(\text{Niv}_c)$ es la preimagen, por una biyección afín de razón 2^{a+b} , de la clase Niv_c módulo 2^{c+1} ; es, por tanto, una única clase módulo $2^{a+b+c+1}$, cuya densidad natural coincide con su medida de Haar $2^{-(a+b+c)}$. Para $\{K' = j\}$, que es la unión sobre (a, b) , la densidad inferior es al menos la suma finita sobre $a + b \leq M$, y la superior es a lo sumo esa suma más la densidad de $\{K + s > M\}$, que vale

$$1 - \sum_{a+b \leq M} 2^{-(a+b)} \longrightarrow 0 \quad (M \rightarrow \infty).$$

□

El recuento exhaustivo reproduce el valor exacto del Corolario 6.3 (Tabla 1).

$K' = j$	frecuencia	2^{-j}	desv. rel.
1	0,500001	0,500000	+0,0000
2	0,249999	0,250000	-0,0000
3	0,124999	0,125000	-0,0000
4	0,062499	0,062500	-0,0000
5	0,031252	0,031250	+0,0001
6	0,015626	0,015625	+0,0001
7	0,007813	0,007812	+0,0001
8	0,003906	0,003906	-0,0002

Tabla 1: Distribución del nivel de salida K' , obtenida por enumeración directa de todos los impares del intervalo $[1, 2 \cdot 10^7]$ (10^7 casos, sin muestreo). La frecuencia coincide con el valor exacto 2^{-j} del Corolario 6.3, con desviaciones del orden de 10^{-4} debidas a la truncación del intervalo.

Problema 6.4 (Abierto). El Teorema 6.2 describe la sucesión (K_t, s_t) en promedio sobre los puntos de arranque. Queda abierto si, a lo largo de la órbita de Φ de un entero concreto, esa sucesión se comporta como la sucesión i.i.d. de Haar y, en última instancia, si toda órbita de Φ alcanza $(1, 1)$. Los enteros positivos forman un conjunto de medida nula en $\mathbb{Z}_2$, y el teorema no dice nada sobre ninguno de ellos en particular.

Observación 6.5 (Determinismo y pseudoaleatoriedad: una precisión). El resumen del Capítulo 31 afirma que la dinámica “no responde a un comportamiento aleatorio”. La formulación rigurosa es más fina: el determinismo reside en el mapa Φ , y cada tramo es exacto; bajo Haar, la sucesión de pares (K_t, s_t) es exactamente i.i.d. (Teorema 6.2), y a lo largo de las órbitas enteras observadas sus promedios coinciden con los de esa ley (Sección 31.4, Tabla 2). Determinismo y pseudoaleatoriedad conviven en escalas distintas; demostrar la convergencia pese a esa pseudoaleatoriedad es exactamente el Problema 6.4.

7. Dónde queda concentrada la dificultad

El cambio de coordenadas no elimina la dificultad de Collatz, pero la concentra en dos lugares precisos. Por un lado, el comportamiento de la sucesión (K_t, s_t) a lo largo de la órbita de un entero: bajo Haar es i.i.d. (Teorema 6.2), y su balance medio, estudiado en la Sección 31.4, decide si la órbita decrece. Por otro, la ausencia de puntos periódicos no triviales de Φ , es decir, de ciclos no triviales de Collatz; el caso de un solo circuito es el resuelto por Steiner (Observación 4.5), y su ecuación involucra a la vez m , K y s . La profundidad s del reseteo, que gobierna el tamaño de la caída, se estudia en la Sección 31.4.

A. Cómputo de la Tabla 1

Las frecuencias de la Tabla 1 se obtuvieron por enumeración completa de los impares del intervalo, sin muestreo. El procedimiento es el Algoritmo 1: para cada impar n se calculan sus coordenadas (m, K) , se aplica un paso del mapa de tramo para obtener su imagen R y se registra el nivel de salida $K' = \nu_2(R + 1)$. Las dos primitivas auxiliares son la valuación 2-ádica

$$\nu_2(x) = \text{máx}\{e \geq 0 : 2^e \mid x\}, \quad \text{odd}(x) = x/2^{\nu_2(x)}.$$

El cómputo no emplea aritmética de punto flotante: todas las operaciones son sobre enteros exactos, de modo que las frecuencias son números racionales reproducibles sin error de redondeo.

Algoritmo 1 Distribución del nivel de salida K' por enumeración exhaustiva.

Entrada: cota N (en la Tabla 1, $N = 2 \cdot 10^7$)

Salida: frecuencias $f[j]$ y media de K'

```

1: cuenta[·] ← 0; total ← 0
2: para  $n \leftarrow 1, 3, 5, \dots, N$  hacer                                ▷ todos los impares de  $[1, N]$ 
3:    $K \leftarrow \nu_2(n + 1)$                                               ▷ nivel del impar (Prop. 2.2)
4:    $m \leftarrow (n + 1)/2^K$                                               ▷ generador impar
5:    $R \leftarrow \text{odd}(m \cdot 3^K - 1)$                                        ▷ imagen del tramo (Prop. 4.1)
6:    $K' \leftarrow \nu_2(R + 1)$                                              ▷ nivel de salida
7:   cuenta[ $K'$ ] ← cuenta[ $K'$ ] + 1; total ← total + 1
8: fin para
9: para cada  $j$  con cuenta[ $j$ ] > 0 hacer
10:    $f[j] \leftarrow \text{cuenta}[j]/\text{total}$ 
11: fin para
12: media ←  $(\sum_j j \cdot \text{cuenta}[j])/\text{total}$ 
13: devolver  $f[\cdot]$ , media

```

Con $N = 2 \cdot 10^7$ el bucle recorre 10^7 impares; el resultado es la Tabla 1, y la media de K' resulta 2,00000.

Referencias

- [1] R. P. Steiner, *A theorem on the Syracuse problem*, Proc. 7th Manitoba Conference on Numerical Mathematics (1977), Utilitas Mathematica, Winnipeg, 553–559.