

Reducción de la conjetura de Collatz al Caso C de la tricotomía del balance

Miguel Cerdá Bennassar

Marzo de 2026

Resumen

Se presenta una síntesis estructural de los catorce escritos de la serie, organizada en torno a las tres reducciones sucesivas que constituyen el resultado central del programa.

Los Escritos 1–2 establecen que la conjetura de Collatz es equivalente a la no existencia de órbitas infinitas en el *régimen rígido* del mapa de retorno autónomo $F: \mathbb{N} \times \mathbb{Z}_2^\times \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{Z}_2^\times$. Como resultado previo, se demuestra que la dinámica comprimida D no admite ningún ciclo no trivial confinado enteramente en $\mathcal{C}_{\geq 2}$ ni en $\mathcal{C}_1$: el exceso de valuación determina el signo del punto periódico, que resulta negativo para todo ciclo distinto del trivial en cada una de esas clases, sin hipótesis de longitud y sin verificación computacional. Los Escritos 3–10 demuestran que la densidad de estados que permanecen n pasos en la región privilegiada $\mathcal{P}$ se extingue como $(1/3)^n \rightarrow 0$, pero dejan abierto si alguna órbita individual puede persistir indefinidamente (gap distribucional-orbital). Los Escritos 11–14 cierran ese gap para todos los escenarios excepto uno: mediante la tricotomía del balance acumulado Σ_n , los Casos A y B quedan excluidos incondicionalmente, y la conjetura queda reducida al **Caso C**, la imposibilidad de órbitas con $\Sigma_n \rightarrow -\infty$.

El resultado principal de este paper de cierre es la siguiente cadena de equivalencias, demostrada en la serie:

$$\begin{aligned} \text{Collatz} &\iff \text{no existencia de órbitas infinitas en el régimen rígido,} \\ &\iff \text{no existencia de órbitas divergentes bajo } F, \\ &\iff \text{vaciedad del Caso C.} \end{aligned}$$

Palabras clave: conjetura de Collatz, dinámica 2-ádica, mapa de retorno, régimen rígido, región privilegiada, extinción geométrica, tricotomía del balance, barrera exacta.

Índice

1. Introducción	2
2. Marco estructural: régimen rígido y equivalencias	3
2.1. Estructura cilíndrica y presupuesto binario	3
2.2. El régimen rígido	3
2.3. Primera equivalencia	4
3. Análisis distribucional: región privilegiada	4
3.1. Estructura de la región privilegiada	4
3.2. Los tres ingredientes distribucionales	4
3.3. Extinción geométrica y Teorema de síntesis	5
3.4. El gap distribucional-orbital	5
4. Cierre orbital: barrera exacta y tricotomía	5
4.1. Barrera exacta y cierre regenerativo (Escrito 11)	5
4.2. Balance por episodios y caso crítico (Escrito 11I)	6
4.3. Mapa crítico y doble expansión (Escrito 13)	6
4.4. Tricotomía y reducción final (Escrito 14)	6
5. La reducción completa	7
6. Tabla unificada de resultados	7
7. Conclusión	8

1. Introducción

Este trabajo es el paper de cierre de una serie de catorce escritos sobre la dinámica 2-ádica de la conjetura de Collatz. Su propósito no es establecer resultados nuevos, sino articular con precisión la cadena de reducciones logradas en la serie y delimitar el único obstáculo que permanece abierto.

La función comprimida. La *dinámica comprimida de Collatz* es

$$D(x) = \frac{3x + 1}{2^{\nu_2(3x+1)}},$$

definida sobre los impares positivos, donde $\nu_2(n)$ denota la valuación 2-ádica. Aplicar D una vez equivale a aplicar la función original C (con $C(n) = n/2$ si n par, $3n + 1$ si n impar) un número $\nu_2(3x + 1) + 1$ de veces. La conjetura de Collatz es equivalente a que toda órbita de D en $\mathbb{N}$ alcanza 1.

El marco 2-ádico. Los enteros 2-ádicos $\mathbb{Z}_2$ son el completado de $\mathbb{Z}$ respecto a la norma $|n|_2 = 2^{-\nu_2(n)}$. Todo impar $p \in \mathbb{N}$ pertenece a una única *clase de cola* $\mathcal{C}_k = \{p : \nu_2(3p + 1) = k\}$, que es un cilindro de medida $2^{-(k+1)}$ en $\mathbb{Z}_2$. La acción de D dentro de $\mathcal{C}_k$ es afín: si $p = e_k + 2^{k+1}r$, entonces $D(p) = A_k + 6r$. Esta rigidez local es el punto de partida de toda la serie.

El mapa de retorno. Una vez establecido que toda órbita infinita en $\mathbb{N}$ entra inevitablemente en el *régimen rígido* [1], la dinámica queda gobernada por el mapa de retorno autónomo $F: \mathbb{N} \times \mathbb{Z}_2^\times \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{Z}_2^\times$, donde el estado (ℓ, a) codifica la longitud ℓ de la excursión y el parámetro 2-ádico a del impar de entrada. La conjetura es equivalente a la no existencia de órbitas infinitas de F en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}_{\text{impar}}$.

Numeración de los escritos. La serie consta de catorce escritos agrupados en tres bloques. Los Escritos 1–2 establecen el marco estructural. Los Escritos 3–10 desarrollan el análisis distribucional sobre la región privilegiada. Los Escritos 11–14 establecen la tricotomía del balance y cierran el gap orbital.

Estructura del paper. La §2 presenta el marco estructural (Escritos 1–2). La §3 describe el análisis distribucional (Escritos 3–10). La §4 desarrolla el cierre orbital (Escritos 11–14). La §5 enuncia la reducción completa. La §6 proporciona la tabla unificada de resultados. La §7 formula la conclusión.

2. Marco estructural: régimen rígido y equivalencias

Fuente: Escritos 1–2 [1, 2].

2.1. Estructura cilíndrica y presupuesto binario

Todo impar $p_0 \in \mathcal{C}_{k_0}$ se parametriza como $p_0 = e_{k_0} + 2^{k_0+1}r_0$ con $r_0 \in \mathbb{Z}_2$. Cada excursión de la órbita impone una restricción cilíndrica exacta sobre r_0 y consume un bloque preciso de sus bits de forma irreversible, con bloques $[\Pi^{(j)}, \Pi^{(j+1)})$ estrictamente disjuntos.

Proposición 2.1 (No degeneración efectiva [1]). $\mu(S_N^*) = 2^{-N}\mu(\mathcal{C}_{k_0})$ para todo $N \geq 1$, y $\mu(S_\infty^*) = 0$.

Proposición 2.2 (Vaciedad en $\mathbb{N}$ [1]). $S_\infty^* \cap \mathbb{N} = \emptyset$. Ningún entero positivo sostiene supervivencia indefinida en $\mathcal{C}_{\geq 2}$.

El argumento descansa en el descenso estricto del parámetro residual $r_n = (p_n - e_{k_n})/2^{k_n+1}$, que actúa como función de Lyapunov discreta para la condición de supervivencia indefinida.

Proposición 2.3 (Ausencia de ciclos [1]). El único punto periódico de D enteramente contenido en $\mathcal{C}_{\geq 2}$ es $p_0 = 1$. No existe ningún ciclo no trivial de D confinado en $\mathcal{C}_1$.

La demostración opera directamente sobre la ecuación estructural del ciclo sin imponer ninguna restricción sobre su longitud: el exceso de valuación $E = T - 2m$ determina el signo de p_0 , que resulta negativo para todo $E \geq 1$. Este argumento descarta incondicionalmente todos los ciclos no triviales confinados en $\mathcal{C}_{\geq 2}$ o en $\mathcal{C}_1$, de longitud arbitraria, sin hipótesis adicionales y sin verificación computacional, a diferencia de los resultados existentes en la literatura que operan bajo cotas de longitud.

2.2. El régimen rígido

La función φ implementa un cabezal lector 2-ádico válido para k_0 arbitrario: la excursión $(n+1)$ -ésima recae exactamente sobre los bits $[\Pi_n, \Pi_n + k_{n+1})$ de r_0 , que no han sido leídos por ninguna excursión anterior.

Teorema 2.4 (Inevitabilidad del régimen rígido [1]). *Sea $r_0 \in \mathbb{N}$ y supongamos que la órbita de $p_0 \in \mathcal{C}_{k_0}$ es infinita. Entonces existe $J \geq 1$ tal que para todo $j \geq J$: el parámetro libre colapsa $s_{n_j} = 0$, las restricciones cilíndricas se trivializan, y la evolución queda gobernada exclusivamente por el mapa de retorno autónomo F .*

Proposición 2.5 (Dicotomía en régimen rígido [2]). *Toda hipotética órbita infinita en régimen rígido satisface exactamente uno de:*

- (A) $\sup_j \ell_j = \infty$: longitudes no acotadas, $p_{n_{j_i}} \rightarrow -1$ en $\mathbb{Z}_2$.
- (B) $\sup_j \ell_j < \infty$: algún nivel ℓ^* aparece infinitamente a menudo; el mapa inducido G sobre $\mathbb{Z}_2^\times$ tiene a -1 como único punto fijo 2-ádico.

En ambos casos hay aproximación 2-ádica a $-1 \in \mathbb{Z}_2$ y crecimiento arquimedianamente sostenido (tensión de normas).

Proposición 2.6 (Cristalización 2-ádica [1]). *Si existe $a_0 \in \mathbb{N}$ con exceso $E_n(a_0) \geq 1$ para todo $n \geq 0$ (hipótesis Ariadna), los cilindros encajados $C_n = \{a \in \mathbb{Z}_2 : E_k(a) \geq 1, k = 0, \dots, n\}$ satisfacen $\bigcap_{n \geq 0} C_n = \{\alpha\}$ para un único $\alpha \in \mathbb{Z}_2$. Si además $E_k = 1$ eventualmente, entonces $\alpha = (3^{\ell^*+1})^{-1} \notin \mathbb{Z}_{>0}$.*

2.3. Primera equivalencia

Teorema 2.7 (Primera reducción [1]). *La conjetura de Collatz es equivalente a la no existencia de órbitas infinitas del mapa de retorno F en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}_{\text{impar}}$.*

3. Análisis distribucional: región privilegiada

Fuente: Escritos 3–10 [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

3.1. Estructura de la región privilegiada

Definición 3.1. Para $(\ell, a) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}_2^\times$, el exceso es $E(\ell, a) := \nu_2(3^{\ell+1}a - 1) - \ell$. La región privilegiada de nivel ℓ es $\mathcal{P}_\ell := \{a \in \mathbb{Z}_2^\times : E(\ell, a) \geq 0\}$, y la región global es $\mathcal{P} := \bigcup_{\ell \geq 1} \mathcal{P}_\ell$.

Teorema 3.2 (Estratificación exacta [3]). *Para cada $\ell \geq 1$, la región $\mathcal{P}_\ell$ consta de exactamente dos clases de residuo módulo $2^{\ell+1}$: la clase regenerativa a_ℓ^* (con $E \geq 1$) y la clase umbral $a_\ell^\dagger$ (con $E = 0$). La densidad es $2^{1-\ell} \rightarrow 0$.*

Teorema 3.3 (No factorización [4]). *La profundidad 2-ádica necesaria para decidir si $(\ell, a) \in \mathcal{P}$ es ilimitada sobre $\mathcal{P}$. No existe ninguna aproximación residual uniforme de F sobre $\mathcal{P}$.*

3.2. Los tres ingredientes distribucionales

La demostración del Teorema de síntesis descansa sobre tres propiedades estructurales:

Ingrediente A [5]. Para $(\ell, a) \in \mathcal{P}$, con $c = (3^{\ell+1}a - 1)/2^{K-1}$: $P[\nu_2(c+1) = d] = 1/2^d$ para $d \geq 1$, independiente de ℓ .

Ingrediente B [6]. Condicionado a $\nu_2(c+1) = d$, el valor $a' = (c+1)/2^d$ es uniforme sobre los 2^{d-1} impares módulo 2^d .

Ingrediente C [3]. La fracción de impares módulo 2^d que pertenece a $\mathcal{P}_d$ es exactamente $2/2^d$.

3.3. Extinción geométrica y Teorema de síntesis

Teorema 3.4 (Tasa de retorno [5, 6]). $P[F(\ell, a) \in \mathcal{P}] = 1/3$, independiente del nivel ℓ .

Teorema 3.5 (Extinción geométrica [7, 8]). La fracción de estados iniciales cuya órbita permanece n pasos en $\mathcal{P}$ es exactamente $(1/3)^n$.

Teorema 3.6 (Síntesis [10]). Para todo $j \geq 1$, independientemente del nivel de origen:

$$P[\ell' = j, \text{ retorno}] = \frac{1}{4^j}, \quad P[\ell' = j \mid \text{ retorno}] = \frac{3}{4^j}, \quad \mathbb{E}[\ell' \mid \text{ retorno}] = \frac{4}{3}.$$

La cadena (ℓ_n) condicionada a permanecer en $\mathcal{P}$ es de renovación con distribución estacionaria $\pi(j) = 3/4^j$, media $4/3$, y deriva negativa estricta para $\ell \geq 2$: $\mathbb{E}[\ell' - \ell \mid \ell, \text{ retorno}] = 4/3 - \ell < 0$.

3.4. El gap distribucional-orbital

El Teorema 3.5 establece que la densidad de órbitas que persisten n pasos en $\mathcal{P}$ se extingue como $(1/3)^n$. Sin embargo, esto no excluye la existencia de órbitas individuales que permanezcan en $\mathcal{P}$ indefinidamente: una órbita determinista específica es un punto, no una distribución.

Problema abierto 3.7 (Gap distribucional-orbital). ¿Es vacío el conjunto

$$\bigcap_{n \geq 1} \{a_0 \in \mathbb{N} : \text{la órbita permanece } n \text{ pasos en } \mathcal{P}\}?$$

Este gap es precisamente el que atacan los Escritos 11–14.

4. Cierre orbital: barrera exacta y tricotomía

Fuente: Escritos 11–14 [11, 12, 13, 14].

4.1. Barrera exacta y cierre regenerativo (Escrito 11)

Definición 4.1. La *variable normalizada* es $r_n = |X_n|/2^{N_n}$ con $X_n = 3^{S_n}A_n$, donde A_n, B_n son los coeficientes de la composición iterada $a_0 = A_n + B_n a_{n+1}$.

Teorema 4.2 (Identidad exacta [11]). Bajo la hipótesis $E_k > 0$ para todo k :

$$a_{n+1} = a_0 \cdot \frac{3^{S_n}}{2^{N_n}} + r_n, \quad r_n \in (0, 1),$$

con $3^{S_n}/2^{N_n} \leq (3/4)^{S_n} \rightarrow 0$.

Teorema 4.3 (Barrera exacta [11]). La función $\varphi(\ell) = 3/(7 \cdot 2^{\ell-1})$ es la única solución mínima de la ecuación funcional de invariancia. La región $\mathcal{R} = \{(\ell, r) : 0 < r \leq \varphi(\ell)\}$ es invariante bajo la dinámica normalizada, y $r_n \leq 3/7$ para toda órbita con $E_k > 0$ siempre. El denominador $7 = 2^4 - 3^2$ emerge del enfrentamiento entre las bases 2 y 3 del problema.

La constante $3/7$ es un *extremo aislado*: la segunda cota más alta entre todas las transiciones regenerativas es $14/37$, un 11,7% por debajo; el intervalo $(14/37, 3/7)$ no contiene ninguna cota.

Corolario 4.4 (Cierre regenerativo [11]). No existe ningún $a_0 \in \mathbb{N}$ con $E_n > 0$ para todo $n \geq 0$. Toda órbita en $\mathbb{N}$ debe visitar la zona umbral ($E_n = 0$) en tiempo finito.

Esquema. Por el Teorema 4.2, para n suficientemente grande $a_0 \cdot 3^{S_n}/2^{N_n} < 1/2$ y $r_n \leq 3/7 < 1$, luego $a_{n+1} < 1$, contradiciendo $a_{n+1} \geq 1$. $\square$

4.2. Balance por episodios y caso crítico (Escrito 11I)

Definición 4.5. Un *episodio* es un bloque formado por una visita umbral seguida de $L \geq 1$ pasos regenerativos. La *contribución por paso* es $\delta_k := E_k + \ell_{k+1} + (\ell_k + 1)(1 - \log_2 3)$, y el *balance acumulado* es $\Sigma_n := \sum_{k=0}^n \delta_k$.

Proposición 4.6 (Clasificación de episodios [12]). *El balance Δ de un episodio es positivo en todos los casos salvo el caso crítico: $\ell_u \geq 3$, $L = 1$, $E' = 1$, con $\Delta \approx -0,510 - 0,585(\ell_u - 3) < 0$. En consecuencia, una órbita con $\liminf_n \Sigma_n > -\infty$ debe consistir en su mayor parte en episodios críticos.*

4.3. Mapa crítico y doble expansión (Escrito 13)

Teorema 4.7 (Mapa crítico [13]). *La composición de un episodio crítico de nivel $\ell \geq 3$ define el mapa*

$$T_\ell(a) = \frac{3^{\ell+3}}{2^{\ell+2}} a - \frac{9 + 2^\ell}{2^{\ell+2}},$$

que es expansivo en dos sentidos simultáneos:

- *expansión real con pendiente $\lambda_\ell = 3^{\ell+3}/2^{\ell+2} > 22$;*
- *expansión 2-ádica con razón $|\lambda_\ell|_2 = 2^{\ell+2} \geq 32$.*

El único punto fijo es $a_\ell^ = (9 + 2^\ell)/(3^{\ell+3} - 2^{\ell+2}) \in (0, 1) \subset \mathbb{Z}_2$, que no es un entero positivo.*

Corolario 4.8 (No existen cadenas críticas infinitas [13]). *No existe ningún $a_0 \in \mathbb{N}$ que sostenga infinitos episodios críticos consecutivos del mismo nivel ℓ .*

Esquema. Si a_0 sostiene j episodios críticos de nivel ℓ , la distancia 2-ádica satisface

$$|a_{k_j} - a_\ell^*|_2 = 2^{(j-1)(\ell+2)} \rightarrow \infty,$$

lo que es incompatible con $a_{k_j} \in \mathbb{N}$. □

4.4. Tricotomía y reducción final (Escrito 14)

Teorema 4.9 (Tricotomía [14]). *Para toda órbita en $\mathbb{N}$ con infinitos episodios críticos, exactamente uno de los tres casos se produce:*

- (A) $\Sigma_n \rightarrow +\infty$: *la órbita termina (cerrado por el Corolario 4.4).*
- (B) $\liminf_n \Sigma_n > -\infty$: *imposible (los valores a_{k_j} estarían acotados superiormente por la identidad del Teorema 4.2, en contradicción con $a_{k_j} \geq \lambda_\ell^{j-1} a_{k_1} \rightarrow +\infty$ por la expansión real del Teorema 4.7).*
- (C) $\Sigma_n \rightarrow -\infty$: *la órbita diverge.*

Los Casos A y B quedan excluidos incondicionalmente. El Caso C es el único que permanece abierto.

5. La reducción completa

Teorema 5.1 (Reducción completa). *Las siguientes condiciones son equivalentes:*

- (I) *La conjetura de Collatz: toda órbita en $\mathbb{N}$ converge a 1.*
- (II) *No existe ningún entero positivo con órbita infinita bajo el mapa de retorno F .*
- (III) *No existe ningún entero positivo con órbita divergente bajo F , es decir, con $\Sigma_n \rightarrow -\infty$.*
- (IV) *El Caso C del Teorema 4.9 no ocurre para ningún $a_0 \in \mathbb{N}$.*

Demostración. La equivalencia (i) $\Leftrightarrow$ (ii) es el Teorema 2.7 [1]. La implicación (ii) $\Rightarrow$ (iii) es trivial. La implicación (iii) $\Rightarrow$ (ii) se sigue del Teorema 4.9: bajo la hipótesis (iii), los Casos A, B y C quedan todos excluidos, luego no existe ninguna órbita infinita. Las equivalencias con (iv) son inmediatas por la definición del Caso C. $\square$

Corolario 5.2. *Los Casos A y B de la tricotomía quedan excluidos incondicionalmente. El único escenario no descartado es el Caso C: la imposibilidad de que $\Sigma_n \rightarrow -\infty$ para algún $a_0 \in \mathbb{N}$.*

El Corolario 5.2 se desprende directamente de la exhaustividad de la tricotomía y del cierre incondicional de los Casos A y B: respectivamente, la barrera exacta del Escrito 11 (Corolario 4.4) y la expansión real del mapa crítico del Escrito 13 (Corolario 4.8). El Caso C es el único escenario que ninguno de esos argumentos alcanza.

6. Tabla unificada de resultados

Resultado	Fuente	Estado
<i>Marco estructural (Escritos 1–2)</i>		
Cilindros disjuntos; bits no reutilizables	[1]	Demostrado
$\mu(S_N^*) = 2^{-N} \mu(\mathcal{C}_{k_0})$; $\mu(S_\infty^*) = 0$	[1]	Demostrado
$S_\infty^* \cap \mathbb{N} = \emptyset$	[1]	Demostrado
No ciclos no triviales en $\mathcal{C}_{\geq 2}$ ni en $\mathcal{C}_1$	[1]	Demostrado
Cabezal lector 2-ádico, k_0 arbitrario	[1]	Demostrado
Equivalencia $D \leftrightarrow T$	[1]	Demostrado
Toda órbita infinita en $\mathbb{N}$ entra en régimen rígido	[1]	Demostrado
Conjetura $\Leftrightarrow$ no órbita infinita en rég. rígido	[1]	Demostrado
Dicotomía (A)/(B) + tensión de normas	[2]	Demostrado
Cristalización 2-ádica; Caso A ($E_k = 1$) cerrado	[1]	Demostrado
<i>Región privilegiada (Escritos 3–10)</i>		
$ \mathcal{P}_\ell = 2$ clases mod $2^{\ell+1}$; densidad $2^{1-\ell}$	[3]	Demostrado
F requiere profundidad 2-ádica ilimitada sobre $\mathcal{P}$	[4]	Demostrado
Ingrediente A: $P[\nu_2(c+1) = d] = 1/2^d$	[5]	Demostrado
Ingrediente B: a' mód 2^d uniforme (para c real)	[6]	Demostrado
Ingrediente C: fracción privilegiada $= 2/2^d$	[3]	Demostrado
Tasa de retorno: $P[F(\ell, a) \in \mathcal{P}] = 1/3$	[5, 6]	Demostrado

(continúa)

Resultado	Fuente	Estado
Invarianza Q_n : distribución 50/50 conservada	[7]	Demostrado
Extinción geométrica: fracción que persiste n pasos $= (1/3)^n$	[7, 8]	Demostrado
Ley de destino: $P[\ell' = j, \text{ret.}] = 1/4^j$; universal	[9, 10]	Demostrado
Estructura de renovación: $\pi(j) = 3/4^j$; media $4/3$	[10]	Demostrado
Deriva negativa: $\mathbb{E}[\ell' - \ell \mid \ell \geq 2] < 0$	[10]	Demostrado
<i>Cierre orbital (Escritos 11–14)</i>		
Identidad exacta $a_{n+1} = a_0 \cdot 3^{S_n} / 2^{N_n} + r_n$	[11]	Demostrado
Barrera $\varphi(\ell) = 3/(7 \cdot 2^{\ell-1})$; mínima y única	[11]	Demostrado
$3/7$ extremo aislado; $7 = 2^4 - 3^2$	[11]	Demostrado
No existen órbitas con $E_n > 0$ siempre	[11]	Demostrado
Clasificación de episodios; único caso crítico	[12]	Demostrado
Rigidez modular acumulada por visitas umbral	[12]	Demostrado
Mapa crítico T_ℓ ; doble expansión	[13]	Demostrado
Punto fijo $a_\ell^* \in (0, 1)$; no entero positivo	[13]	Demostrado
No existen cadenas infinitas de episodios críticos	[13]	Demostrado
Tricotomía del balance acumulado Σ_n	[14]	Demostrado
Caso B imposible (expansión real vs. acotación)	[14]	Demostrado
Equivalencia con ausencia de órbitas divergentes	[14]	Demostrado
<i>Problema abierto residual</i>		
Caso C: no existen órbitas con $\Sigma_n \rightarrow -\infty$	—	Abierto

7. Conclusión

La serie de catorce escritos ha construido tres capas de análisis sucesivas que reducen la conjetura de Collatz a su núcleo dinámico esencial.

La *primera capa* (Escritos 1–2) es estructural: la dinámica comprimida D actúa de forma afín dentro de cada clase modal $\mathcal{C}_k$, y esa rigidez local se traduce en una contabilidad exacta de bits mediante cilindros 2-ádicos. Se demuestra que D no admite ningún ciclo no trivial confinado enteramente en $\mathcal{C}_{\geq 2}$ ni en $\mathcal{C}_1$, de longitud arbitraria: el exceso de valuación determina el signo del punto periódico, que resulta negativo para todo ciclo distinto del trivial en cada una de esas clases, sin hipótesis de longitud y sin verificación computacional. La no degeneración efectiva, la vaciedad de $S_\infty^* \cap \mathbb{N}$ y la inevitabilidad del régimen rígido son consecuencias directas. La primera equivalencia queda establecida: Collatz es equivalente a la no existencia de órbitas infinitas del mapa de retorno F .

La *segunda capa* (Escritos 3–10) es distribucional: la región privilegiada $\mathcal{P}$ tiene exactamente dos clases privilegiadas por nivel, la tasa de retorno es $1/3$, la ley del nivel de destino es geométrica con ratio $1/4$, y la densidad de órbitas que persisten n pasos se extingue como $(1/3)^n$. Estos resultados describen el comportamiento típico del sistema, pero no excluyen la existencia de órbitas individuales persistentes.

La *tercera capa* (Escritos 11–14) es orbital: la barrera exacta $\varphi(\ell) = 3/(7 \cdot 2^{\ell-1})$ cierra el caso regenerativo puro; la doble expansión del mapa crítico T_ℓ cierra el Caso B de la tricotomía; y la combinación de ambos resultados reduce la conjetura al Caso C, la imposibilidad de órbitas con balance acumulado $\Sigma_n \rightarrow -\infty$.

El Teorema 5.1 articula la cadena completa:

$$\begin{aligned}\text{Collatz} &\iff \text{no existencia de \u00f3rbitas infinitas en el r\u00e9gimen r\u00edgido,} \\ &\iff \text{no existencia de \u00f3rbitas divergentes bajo } F, \\ &\iff \text{vaciedad del Caso C.}\end{aligned}$$

Los Casos A y B quedan excluidos incondicionalmente por argumentos independientes; el Caso C es el \u00fanico escenario cuya exclusi\u00f3n permanece abierta.

Referencias

- [1] M. Cerdá Bennassar, *Estructura 2-ádica y régimen rígido en la dinámica de Collatz* [Escrito 1], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19021966](https://doi.org/10.5281/zenodo.19021966)
- [2] M. Cerdá Bennassar, *Observación estructural sobre la rareza del régimen rígido* [Escrito 2], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022009](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022009)
- [3] M. Cerdá Bennassar, *Estratificación modular del exceso* [Escrito 3], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022070](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022070)
- [4] M. Cerdá Bennassar, *No factorización residual del mapa de retorno* [Escrito 4], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022136](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022136)
- [5] M. Cerdá Bennassar, *Extinción geométrica de la permanencia en la región privilegiada* [Escrito 5], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022170](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022170)
- [6] M. Cerdá Bennassar, *Equidistribución de la parte impar de $M + k\alpha$ y el Ingrediente B* [Escrito 6], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022256](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022256)
- [7] M. Cerdá Bennassar, *Invariancia de la distribución uniforme bajo F y extinción geométrica $(1/3)^n$ en densidad* [Escrito 7], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022459](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022459)
- [8] M. Cerdá Bennassar, *Ley de destino, renovación y deriva negativa en la región privilegiada* [Escrito 8], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022491](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022491)
- [9] M. Cerdá Bennassar, *Exceso de valuación, recurrencia normalizada y cierre del gap orbital en la región privilegiada* [Escrito 9], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022574](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022574)
- [10] M. Cerdá Bennassar, *Balance por episodios, rigidez modular y reducción del gap orbital* [Escrito 10], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022616](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022616)
- [11] M. Cerdá Bennassar, *El mapa crítico, doble expansión y cierre 2-ádico del gap orbital* [Escrito 11], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022730](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022730)
- [12] M. Cerdá Bennassar, *Tricotomía del balance acumulado y reducción al problema clásico* [Escrito 12], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022771](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022771)
- [13] M. Cerdá Bennassar, *Región privilegiada, extinción geométrica y ley de niveles en la dinámica de Collatz* [Escrito 13], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022836](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022836)
- [14] M. Cerdá Bennassar, *Barrera exacta, tricotomía del balance y reducción de la conjetura de Collatz* [Escrito 14], Preprint, Marzo de 2026. [doi:10.5281/zenodo.19022873](https://doi.org/10.5281/zenodo.19022873)